ANNALES
UNIVERSITATIS MARIAE CURIE-SKŁODOWSKA
LUBLIN — POLONIA
VOL. XXXVIII, 9 SECTIO B 1983

Bieszczadzka Stacja Naukowa w Równi Wydziału Biologii i Nauk o Ziemi UMCS w Lublinie

Marek NOWOSAD

Zastosowanie średnich konsekutywnych z wagami do wydzielania sezonów narciarskich na przykładzie Równi

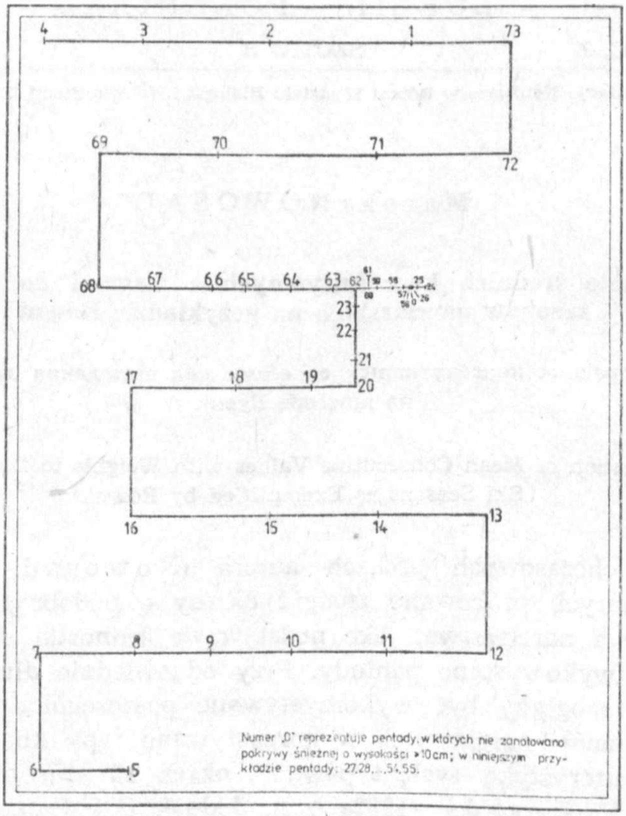
Применение средних консекутивных с весами для выделения лыжных сезонов на примере Рувни

Application of Mean Consecutive Values with Weights to Distinguish Ski Seasons as Exemplified by Równia

W dotychczasowych pracach autora (Nowosad 1981, 1982c, 1983), w których próbowano znaleźć okresy o podobnych warunkach do uprawiania narciarstwa, jako podstawowe jednostki służące do ich wydzielenia wykorzystano pentady. Przy odpowiednio długiej serii obserwacyjnej mogłyby być wykorzystywane poszczególne dni. Do wydzielania sezonów narciarskich wykorzystywano typy klimatyczno-śniegowe. Charakterystykę tych typów za okres 15 zim można znaleźć w pracach Nowosada (1982a, b, c). Jednak pojawianie się poszczególnych typów klimatyczno-śniegowych w danym dniu zimy może być przypadkowe. Mimo że pięciodniowy okres, tj. pentada, zmniejsza to niebezpieczeństwo, to jednak duża zmienność wartości poszczególnych elementów meteorologicznych w krótkim okresie wprowadza duże zróżnicowanie sąsiadujących ze sobą jednostek (pentad), zacierając bardziej regularne zmiany częstości pojawiania się poszczególnych typów klimatyczno-śniegowych w różnych sezonach narciarskich. Aby pozbyć się tego mankamentu stosowano średnie konsekutywne, np. z powodzeniem zostały użyte trzypentadowe średnie konsekutywne w pracy Wosia (1977). Jednak przy porównywaniu tą metodą sąsiednich pentad dostrzeżono pewną właściwość — zdaniem autora niniejszego artykułu — dyskusyjną. Właściwość tę przedstawiono na poniższym przykładzie.

Do przedstawienia zróżnicowania poszczególnych pentad zastosowano (Nowosad 1983) metrykę Manhattan określoną następująco (Kostrubiec 1980):

$$d(A, B) = \sum_{i=1}^{n} \left| x_{A_i} - x_{B_i} \right|$$



Ryc. 1. Zróżnicowanie pentad przedstawione metodą dendrytu wrocławskiego na podstawie częstości występowania typów klimatyczno-śniegowych KS z sanną przy zastosowaniu metryki Manhattan i średnich konsekutywnych z wagami w Równi (1960/61—1974/75)

Differentation of pentads presented by the Wrocław dendrite based on frequency of occurrence of climatic-snow types KS with sledging, with a use of the Manhatten specification and mean consecutive values with weigths from Równia (1960/61—1974/75)

gdzie: n — liczba typów KS z sanną, A, B — pentady, d(A, B) — odległość między pentadami A i B w n-wymiarowej przestrzeni.

Przy stosowaniu trzypentadowych średnich konsekutywnych otrzymujemy:

$$A = \sum_{i=1}^{n} \bar{e}_i \frac{X_{A-1,i} + X_{A,i} + X_{A+1,i}}{3}$$

$$B = \sum_{i=1}^{n} \bar{e}_i \frac{X_{B-1,i} + X_{B,i} + X_{B+1,i}}{3}$$

Niech B będzie pentadą następującą po A:

$$B = A+1 = \sum_{i=1}^{n} e_i \frac{X_{A,i}+X_{A+1,i}+X_{A+2,i}}{3}.$$

Wtedy:

$$d(A, B)=d(A, A+1)=\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{X_{A-1,i}+X_{A,i}+X_{A+1,i}}{3}-\frac{X_{A,i}+X_{A+1,i}+X_{A+2,i}}{3}\right|=$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{X_{A-1,i}}{3}-\frac{X_{A+2,i}}{3}\right|=\frac{1}{3}\cdot d(A-1, A+2)=\frac{1}{3}\cdot d(A-1, B+1)$$

Przedstawione tą metodą zróżnicowanie, np. między pentadami nr 5 i 6, jest faktycznie zróżnicowaniem między pentadami nr 4 i 7 określonym bez wykorzystywania średnich konsekutywnych. Analogiczne wyniki otrzymano stosując metrykę euklidesową. Chcąc wyeliminować te właściwości wprowadzono średnie konsekutywne z wagami SKW * określone następująco:

$$\text{średnia SKW} = \frac{X_{A-2}+2\cdot X_{A-1}+4\cdot X_{A}+2\cdot X_{A+1}+X_{A+2}}{10}$$

Dla tak określonej średniej otrzymujemy:

$$d(A, A+1 = \sum_{i=1}^{n}\left|\frac{X_{A-2,i}+2X_{A-1,i}+4X_{A,i}+2X_{A+1,i}+X_{A+2,i}}{10}-\right.$$

$$\left.-\frac{X_{A-1,i}+2X_{A,i}+4X_{A+1,i}+2X_{A+2,i}+X_{A+3,i}}{10}\right|=$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{X_{A-2,i}+X_{A-1,i}+2X_{A,i}-2X_{A+1,i}-X_{A+2,i}-X_{A+3,i}}{10}\right|$$

Jak widać, przy określaniu odległości sąsiadujących ze sobą jednostek najbardziej eksponowana jest częstość poszczególnych typów KS w analizowanych pentadach, jednocześnie udział częstości w sąsiednich jednostkach zmniejsza rolę dużej zmienności pogodowej w krótkich okresach.

Średnie konsekutywne z wagami SKW są pewnym kompromisem między wykorzystaniem średnich z poszczególnych pentad a stosowaniem średnich konsekutywnych.

---

* Średnie konsekutywne z wagami SKW zostały zastosowane przy charakterystyce stosunków anemometrycznych w Równi w pracy wykonanej na zlecenie Zakładu Geografii Fizycznej UJ w Krakowie: M. Nowosad „Wpływ działalności człowieka na przekształcenia elementów abiotycznych środowiska górskiego zlewni potoku Równia w Bieszczadach", Lublin 1983.

Obliczone przy zastosowaniu średniej SKW częstości pojawiania się poszczególnych typów KS z sanną w poszczególnych pentadach zestawiono w postaci macierzy danych wyjściowych (wymiary macierzy $n \times k$, gdzie n — liczba typów KS z sanną będącą wymiarem przestrze-

Tab. 1. Częstość występowania typów klimatyczno-śniegowych KS z sanną w wybranych pentadach zimy z zastosowaniem średnich konsekutywnych z wagami (bez dzielenia przez 10) w Równi (1960/61—1974/75). Oznaczenie typów KS zamieszczono w pracach N o w o s a d a [1981, 1982a, c]

Frequency of occurrence of climatic-snow types KS with sledging during some winter pentads, with a use of mean consecutive values with weights (without dividing by 10) at Równia (1960/61—1974/75). Symbols of KS types are from the papers of Nowosad (1981, 1982a, c)

Typ	Data	28 IX —2 X	3—7 X	8—12 X	13—17 X	...	12—16 XII	17—21 XII	...	2—6 III	...	6—10 V	11—15 V
KS	nr p.	55	56	57	58	...	70	71	...	13	...	26	27
AK													
AN							4	2					
BK			1	2	4		6	9		16			
BL							10	5					
BM							4	2					
BN					1		127	94		40			
BO							12	8		5			
BP							9	4					
CK							2	1		2			
CL										4			
CM													
CN				2	5		9	7		3			
CO							7	6		3			
CP													
DK							11	17		17			
DL													
DN							31	51		21			
DO													
EK							9	16		45			
EL							3	4		5			
EM							2	1					
EN			1	3	6		99	120		153			
EO							18	25		25			
EP							6	7		11			
FK							5	4		24			
FL										3			
FM										4			
FN							11	20		36		1	
FO										33			
FP							1	3		11			
	suma	.	2	7	16		386	406		461		1	.

ni, tutaj $n = 36$; k — liczba analizowanych obiektów, tj. pentad). Fragment tej macierzy przedstawiono w tab. 1 (dla uproszczenia nie wykonywano dzielenia przez 10 przy obliczaniu SKW, co nie wpływa na zróżnicowanie odległości między pentadami). Następnie przy pomocy metryki Manhattan (Nowosad, w druku) obliczono odległość każdej pentady od każdej innej pentady. Przy obliczeniach nie wykorzystywano maszyn cyfrowych. Aby zmniejszyć żmudność obliczeń wprowadzono skróconą metodę. Mianowicie: 1) zsumowano częstości typów KS z sanną w każdej pentadzie, 2) obliczono tylko sumy tych przypadków, w których pentada mająca mniejszą sumę przy danym typie ma większą częstość, 3) chcąc określić szukaną odległość obliczono różnicę między sumami wszystkich typów KS z sanną w analizowanych pentadach, do której dodawano podwojoną sumę obliczoną jak w p. 2.

Przykład (dane z tab. 1):

Tradycyjny sposób obliczeń:

$$d(70, 71) = 2+3+5+2+33+4+5+1+2+1+6+20+7+1+1+$$
$$+21+7+1+1+9+2 = 134$$

Skrócony sposób obliczeń:

Suma, gdy częstość w 70 pentadzie jest większa niż w 71:

$$S_t = 2+5+2+33+4+5+1+2+1+1+1 = 57$$
$$d(70, 71) = 406-386+2\times57 = 20+114 = 134$$

Dowód poprawności skróconego sposobu obliczeń przeprowadzono metodą indukcji matematycznej. Należy przeprowadzić dowód dla $t = 1$ i bazując na założeniu, że sposób obliczeń jest poprawny dla dowolnego t (t jest liczbą naturalną mniejszą od n), udowodnić, że jest poprawny dla $t+1$.

Oznaczenia:

$$S_A = \sum_{i=1}^{n} X_{A_i} \qquad S_B = \sum_{i=1}^{n} X_{B_i}$$

$$S_t = \sum_{i=1}^{n} \frac{|X_{A_i} - X_{B_i}| + X_{B_i} - X_{A_i}}{2}$$

gdzie t jest liczbą przypadków $X_{B_i} > X_{A_i}$

Niech $S_A \geq S_B$.

Gdy brak jest przypadków, że $X_{B_i} > X_{A_i}$, to oczywiście $d(A, B) = S_A - S_B$.

Dowód, gdy $t = 1$, czyli raz zachodzi przypadek, że $X_{B_i} > X_{A_i}$:

Niech dla $i = j$ $(j = 1, 2, \ldots, n)$ będzie $X_{B_j} > X_{A_j}$

Wtedy: $d(A, B) = S_A - X_{A_j} - (S_B - X_{B_j}) + X_{B_j} - X_{A_j} = S_A - S_B + 2 \cdot (X_{B_j} - X_{A_j})$

Dowód dla $t+1$. Zakładamy, że skrócony sposób obliczeń prawdziwy jest dla t-krotnego $(t < n)$ zaistnienia sytuacji $X_{B_i} > X_{A_i}$. Należy wykazać, że sposób ten będzie wtedy także prawdziwy dla $t+1$-krotnego $(t+1 \leqslant n)$ zaistnienia tej sytuacji.

Prawdziwe jest: $d(A, B) = S_A - S_B + 2 \cdot S_t$ dla t-krotnego zaistnienia sytuacji $X_{B_i} > X_{A_i}$. Niech dla $i = m$ $(m = 1, 2, \ldots, n)$ nierówność $X_{B_m} > X_{A_m}$ będzie $t+1$ zaistnieniem sytuacji $X_{B_i} > X_{A_i}$.

$$d(A, B) = (S_A - X_{A_m}) - (S_B - X_{B_m}) + 2S_t + X_{B_m} - X_{A_m} =$$
$$= S_A - S_B + 2S_t + 2\,(X_{B_m} - X_{A_m}) =$$
$$= S_A - S_B + 2(S_t + X_{B_m} - X_{A_m}) = S_A - S_B + 2 \cdot S_{t+1}.$$ Co należało dowieść.

Odległość każdej pentady od każdej innej pentady przedstawiono w postaci macierzy o wymiarach $k \times k$ (tab. 2).

Do podziału okresu zimowego na sezony narciarskie zastosowano metodę dendrytu wrocławskiego (F l o r e k i in. 1951, P e r k a l 1953) z modyfikacjami (N o w o s a d 1981). Dendryt przedstawiający zróżnicowanie pentad między sobą zamieszczono na ryc. 1. Przy łączeniu pentady 64 z 65 a nie z 66 zastosowano dodatkowe kryterium nr 1 opisane w pracy N o w o s a d a (1983). Zgodnie z przyjętymi wcześniej założeniami (N o w o s a d 1981) dendryt podzielono na ilość części zbli-

Tab. 2. Zróżnicowanie wybranych pentad na podstawie częstości występowania typów klimatyczno-śniegowych KS z sanną przy zastosowaniu metryki Manhattan i średnich konsekutywnych z wagami SKW w Równi (1960/61—1974/75)

Differentiation of some pentads based on fraquency of occurrence of climatic-snow types KS with sledging, with a use of the Manhattan specification and mean consecutive values with weights SKW at Równia (1960/61—1974/75)

Numer pentady	27, ..., 55	56	57	...	73	1	2	3	...	26
27, ..., 55	0	2	7		428	437	435	418		1
56	2	0	5		426	435	433	416		3
57	7	5	0		421	430	428	411		8
...										
73	428	426	421		0	85	201	242		427
1	437	435	430		85	0	120	165		436
2	435	433	428		201	120	0	107		434
3	418	416	411		242	165	107	0		417
...										
26	1	3	8		427	436	434	417		0

żoną do 6 i taką, aby rozpad następował w sposób naturalny. Wykorzystano definicję rozpadu naturalnego według Florka i in. (1951). Dendryt (ryc. 1) rozpada się w sposób naturalny na 3, 5, 6, 8, ... części. Podział dendrytu na 6 części przeprowadzono między pentadami: 70—71, 1—2, 15—16, 71—72 oraz 12—13.

Po przekształceniach (Nowosad 1981) otrzymano następujące sezony narciarskie: sezon B1 od 17 marca do 16 grudnia (pentady 16—70), sezon B2 od 17 grudnia do 5 stycznia (pentady 71—1), sezon B3 od 6 do 20 stycznia (pentady 2—4), sezon B4 od 21 stycznia do 1 marca (pentady 5—12), sezon B5 od 2 do 16 marca (pentady 13—15). Ponieważ wprowadzenie średnich SKW nie jest końcowym etapem modyfikacji metody wydzielania sezonów narciarskich, nie przedstawiono tutaj ich charakterystyki.

Zastosowanie średnich konsekutywnych z wagami SKW w znacznym stopniu zmienia obraz oparty na tym samym materiale wyjściowym, nawet przy zastosowaniu w pozostałych krokach tych samych metod (Nowosad 1983). W poprzednio utworzonym dendrycie (Nowosad 1983) 26% odcinków budujących dendryt łączyło sąsiadujące ze sobą pentady. Po zastosowaniu średnich SKW wartość ta wzrosła aż do 95%. Konsekwencją jest otrzymanie innych niż poprzednio sezonów narciarskich, choć niektóre, wyraźnie wyodrębniające się w poprzednim dendrycie pentady (nr 2, 3 lub 4), także przy zastosowaniu średnich SKW w widoczny sposób wykazują swoją odrębność.

LITERATURA

Florek K., Łukaszewicz J., Perkal J., Steinhaus H., Zubrzycki S. 1951, Taksonomia wrocławska. Przegl. Antropol. tom XVII, Poznań.

Kostrubiec B. 1980, Łańcuch algorytmów w procedurze regionalizacji [w:] Metody taksonomiczne w geografii. Praca zbiorowa pod redakcją Z. Chojnickiego. PAN Oddz. w Poznaniu, Seria Geografia, t. V, s. 101—111, Warszawa—Poznań.

Nowosad M. 1981, Sezony narciarskie w Komańczy. Annales UMCS, sec. B, vol. XXXV/XXXVI, s. 161—173, Lublin.

Nowosad M. 1982a, Próba wydzielenia typów klimatyczno-śniegowych dla potrzeb narciarstwa i saneczkarstwa na przykładzie Komańczy. Biul. LTN, vol. 24, Geogr. 1/2, s. 51—58.

Nowosad M. 1982b, Charakterystyka typów klimatyczno-śniegowych w Komańczy dla potrzeb narciarstwa i saneczkarstwa. Biul. LTN, vol. 24, Geogr. 1/2, s. 43—50.

Nowosad M. 1982c, Zastosowanie dendrytu dualnego do charakterystyki typów klimatyczno-śniegowych w Równi. Annales UMCS, sec. B, vol. XXXVII, Lublin.

N o w o s a d M., 1983, Zastosowanie metryki Manhattan do wydzielenia sezonów narciarskach na przykładzie Równi. Biul. LTN, vol. 25, Geogr. 1/2, s. 59—67.
P e r k a l J. 1953, Taksonomia wrocławska. Przegl. Antropol., tom XIX, Poznań.
W o ś A. 1977, Zarys struktury sezonowej klimatu Niziny Wielkopolskiej i Pojezierza Pomorskiego. Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza, Poznań.

РЕЗЮМЕ

В опубликованных работах по комплексной климатологии анализировано отдельные единицы времени, или же применялись средние консекутивные. В данной работе предлагается компромисное решение — применение средних консекутивных с весами. Самый большой вес имеет анализированная единица, но в то же время учитывание соседних единиц (с меньшими весами) позволяет уловить более регулярные изменения частоты появления, здесь — климатически-снеговых типов. Применение 10 составляющих при вычислении средней облегчает деление во время подсчитывания этой средней.

В настоящей работе представлено в качестве примера применение средних SKW для выделения лыжных сезонов в Рувни.

SUMMARY

In the previously published papers on complex climatology the analysis of individual time units is presented or mean consecutive values are used. Here the intermediate solution is applied i.e. of mean consecutive values with weights. The analyzed unit possesses the greatest weight but a simultaneous taking into account (with a smaller weight) of the adjoining units, allows to find the more regular changes of frequencies of occurrence of, here, climatic-snow types. A use of ten components for a calculation of a mean value enables a division during this calculation.

In this paper an application of mean consecutive valuest with weights is presented, taking the example of the distinguished ski seasons at Równia.