ANNALES
UNIVERSITATIS MARIAE CURIE-SKŁODOWSKA
LUBLIN — POLONIA
VOL. XIV, 8 SECTIO A 1960

Z Katedry Zespołowej Matematyki II Wydziału Mat.-Fiz.-Chem. UMCS
Kierownik: prof. dr A. Bielecki

ADAM BIELECKI et CZESŁAW KLUCZNY

Sur un théorème concernant des systèmes d'équations différentielles ordinaires

O pewnym twierdzeniu dotyczącym układów równań różniczkowych zwyczajnych

Об одной теореме, относящейся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений

1. Introduction

I. Nous supposons une fois pour toutes que ω est un ensemble ouvert contenu dans l'espace cartésien X^*_{n+1} à $n+1$ dimensions des points $P = (t, x) = (t, x_1, x_2, \ldots, x_n)$, $R = (s, y)$, etc., que $\operatorname{Front}\omega = \Phi + \Psi$, où $\Phi \cdot \Psi = 0$ et $\Psi = \overline{\Psi}$, et que $f(t, x)$ est une fonction à valeurs dans l'espace X_n à n dimensions des points $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$, y, etc., définie et continue dans $\Delta = \omega + \Phi$ (¹).

II. Nous supposons que les intégrales de l'équation différentielle ordinaire (vectorielle)

$$x' = f(t, x) \tag{1}$$

(qui peut se traduire comme un système de n équations scalaires) satisfont à cette condition: Si $x = \varphi(t)$, $\alpha \leqslant t \leqslant \beta$ est une intégrale de l'équation (1) et si $(\alpha, \varphi(\alpha)) \in \omega$ et $(\beta, \varphi(\beta)) \in \Phi$, alors cette intégrale ne peut pas être prolongée, dans le sens positif de l'axe t, au-delà du point $(\beta, \varphi(\beta))$ qui,

(¹) L'ensemble ω jouera un rôle analogue à celui du „tuyau'' ω dans la note [6] de T. Ważewski, dans laquelle il était nécessaire, eu égard à la définition des points de sortie (entrée, glissement), d'envisager encore un autre ensemble ouvert Ω, contenant ω. Ici, l'ensemble Ψ correspond à $\overline{\omega} - \Omega$ et Φ à $\Omega \cdot \operatorname{Front}\omega$.

Remarquons que le formalisme adopté dans la présente note est le même que dans [4].

dans ce cas, sera nommé *point de sortie* (²). Nous désignerons l'ensemble de tels points par S.

III. Nous supposons que l'équation différentielle (1) remplit dans ω la condition d'unicité: si deux intégrales $x=\varphi(t)$ et $x=\psi(t)$ de l'équation (1) sont contenues dans ω et définies dans le même intervalle de valeurs de t, et si elles passent par un point $(\tau,\varphi(\tau))=(\tau,\psi(\tau))$, alors elles sont identiques.

Dans la suite, nous appellerons tout court intégrales celles de l'équation (1). L'intégrale $x=\varphi(t)$, $a\leqslant t\leqslant\beta$ (ou $a\leqslant t<\beta\leqslant\infty$) sera dite issue du point $(a,\varphi(a))$; de l'intégrale $x=\varphi(t)$, $a\leqslant t\leqslant\beta$ (ou $-\infty\leqslant\leqslant a<t\leqslant\beta$) on dira qu'elle aboutit au point $(\beta,\varphi(\beta))$. Les points particuliers de l'ensemble Δ seront aussi considérés comme intégrales, notamment de la forme $x=\varphi(t)$, $a\leqslant t\leqslant a$.

En vertu des hypothèses I et II toute intégrale issue d'un point $P=(a,\mu)\epsilon\,\omega+S$ et saturée à droite (c'est-à-dire ne pouvant plus être prolongée dans le sens positif de l'axe t) est de la forme $x=\varphi(t)$, $a\leqslant\leqslant t<\beta\leqslant\infty$ et elle est contenue, tout entière, dans ω, ou bien elle est de la forme $x=\varphi(t)$, $a\leqslant t\leqslant\beta$ $(a\leqslant\beta)$ et aboutit au point $(\beta,\varphi(\beta))\epsilon S$. Dans le premier cas, l'intégrale sera dite *asymptotique*, cf. [6], p. 301, et dans le second elle sera nommée *régulière*. Nous désignerons par A (resp. B) le sous-ensemble de ω recouvert par les intégrales asymptotiques (resp. régulières) et nous posons $D=B+S$. L'ensemble B est ouvert et l'ensemble A est fermé par rapport à $\Delta=\omega+\Phi$, ce qui veut dire que $\bar{A}\cdot\Delta=A$ (³). Chacun des ensembles A ou B peut être vide, mais $A+B=\omega$. Il sera superflu de classifier les intégrales issues des points de l'ensemble $\Phi-S$. Cependant, remarquons qu'il peut exister des intégrales saturées à droite et contenues dans $\Phi-S$, aussi bien que des intégrales aboutissant à S et contenues dans Φ.

Ceci posé, nous énoncerons encore une hypothèse dans laquelle interviennent les deux ensembles Z_1 et Z_2:

IV. $\qquad Z_1\subset\omega+S,\quad Z_2\subset\Delta=\omega+\Phi\quad$ et $\quad Z_1\neq 0.$

Dans la suite nous établirons une condition suffisante pour qu'il existe une intégrale issue d'un point de l'ensemble Z_1 et asymptotique

(²) Selon la terminologie adoptée dans [1] et [2], on devrait dire „point de sortie forte"; dans [6] le terme „point de sortie" avait un sens moins restrictif, tandis que les „points de sortie stricte" étaient assujettis à une condition plus forte que celle que nous avons admise dans la présente note.

(³) Voir [1], p. 50, lemme 5. Pour être en accord avec le formalisme utilisé dans la note citée, il suffirait de prolonger la fonction $f(t,x)$, d'une manière continue, sur l'ensemble $\Omega=X^*-\Psi$ tout entier.

ou aboutissant à un point de l'ensemble Z_2. Cette condition, de caractère topologique, ressemble au théorème „du rétracte" dû à T. Ważewski, [6], p. 303, 304 et 305, et encore plus à un théorème dû à A. Pliś, [5], p. 416. Elle se prête bien à l'étude de l'allure asymptotique des intégrales des équations différentielles ordinaires et se montre aussi utile lorsqu'il s'agit de prouver l'existence d'integrales satisfaisant à certaines conditions aux limites. Plusieurs exemples d'applications, au N° 5, serviront à mettre en évidence les avantages de notre théorème dans les cas où les méthodes des travaux cités ne s'appliquent pas directement.

2. Une homotopie

Faisons correspondre à tout point $P = (\tau, \xi) \epsilon D = B + S$ un point $C(P) = (\sigma, \eta)$, dit *conséquent* de P, auquel aboutit l'intégrale $x = \varphi(t)$, $\tau \leqslant t \leqslant \sigma$, issue du point P et saturée à droite; $C(P) = P$ si $P \epsilon S$. Il est connu que la fonction $C(P)$, ainsi définie dans D, est, dans les hypothèses I, II et III du N° 1, continue dans D; voir [1], p. 56, lemme 9; cf. aussi [6], p. 298, lemme 3 (dont la démonstration exige des hypothèses plus restrictives que celles qui ont été admises dans la présente note).

Nous pouvons construire, à l'aide du conséquent, une nouvelle fonction, cf. [5], p. 416,

$$H(\lambda, P) = \big(\tau + \lambda(\sigma - \tau), \varphi(\tau + \lambda(\sigma - \tau))\big) \tag{2}$$

définie pour $\lambda \epsilon \langle 0, 1\rangle$ et $P \epsilon D$, et à valeurs dans D, qui peut s'interpréter comme une homotopie, dans D, entre l'identité $P \to P$ (dans D) et la transformation $P \to C(P)$, ou encore comme une déformation (continue) de D en S dans D. En particulier:

$$\begin{aligned} &H(\lambda, P) \epsilon B \quad &&\text{pour} \quad P \epsilon B \quad &&\text{et} \quad \lambda \epsilon \langle 0, 1) \\ &H(\lambda, P) = P \quad &&\text{pour} \quad P \epsilon S \quad &&\text{et} \quad \lambda \epsilon \langle 0, 1\rangle \\ &H(0, P) = P \quad &&\text{et} \quad H(1, P) \epsilon S \quad &&\text{pour} \quad P \epsilon D \end{aligned} \tag{3}$$

et, en outre,

(4) $H(\lambda, P)$ est, pour tout $\lambda \epsilon \langle 0, 1)$ fixé, une homéomorphie.

Si l'on fixe le point $P \epsilon D$, le point $H(\lambda, P)$ parcourt l'intégrale saturée, issue de P (et se réduisant à un point dans le cas $P \epsilon S$), lorsque λ croît de 0 à 1.

La fonction $H(\lambda, P)$ a déjà été considérée par A. Pliś, [5], p. 416 dans des hypothèses un peu plus fortes en ce qui concerne le comportement des intégrales de l'équation (1) à la frontière de l'ensemble ω. Il a appelé la fonction $H(\lambda, P)$ *rétraction déformative quasi-isotope* et il a basé sur ses propriétés une condition suffisante (plus générale que celle de T. Ważewski), mentionnée plus haut, pour qu'il existe des intégrales asymptotiques ou bien satisfaisant à certaines conditions aux limites, [5], p. 416.

3. Théorèmes

Nous dirons que l'ensemble $Z_1 \subset \omega + S$ est *libre par rapport aux ensembles* $Z_2 \subset \Delta$, ω *et* S s'il existe une fonction (homotopie) $G(\lambda, P)$ définie et continue dans $\langle 0, 1\rangle \times Z_1$, à valeurs dans $\omega + S - Z_2$, telle que

$$\begin{aligned} &G(\lambda, P) \in \omega + S - Z_2 && \text{pour} \quad \lambda \in \langle 0, 1) \quad \text{et} \quad P \in Z_1 \\ (5) \qquad &G(\lambda, P) = P && \text{pour} \quad \lambda \in \langle 0, 1\rangle \quad \text{et} \quad P \in Z_1 \cdot S, \\ &G(0, P) = P && \text{et} \quad G(1, P) \in S. \end{aligned}$$

Nous appellerons l'ensemble Z_1 *libre au sens strict*, s'il est libre et si, en outre, on a

(6) $G(\lambda, P)$ est une homéomorphie pour tout $\lambda \in \langle 0, 1)$ fixé.

Autrement dit, l'ensemble Z_1 est libre (libre au sens strict) par rapport à Z_2, ω et S s'il existe une déformation (continue) de l'ensemble Z_1 sur S dans $\omega + S - Z_2$, satisfaisant aux conditions (5) (resp. (5) et (6)).

Théorème 1. *Dans les hypothèses* I, II, III *et* IV *de* N° 1, *s'il n'existe aucune intégrale de l'équation* (1), *issue d'un point de l'ensemble* Z_1 *et asymptotique à droite ou bien aboutissant à l'ensemble* Z_2, *alors l'ensemble* Z_1 *est libre au sens strict par rapport à* Z_2, ω *et* S.

En effet, pour le prouver, il suffit d'admettre que $G(\lambda, P) = H(\lambda, P)$ pour $P \in Z_1$, $H(\lambda, P)$ étant la même fonction qui a été envisagée au N° 2. Le théorème suivant s'en obtient immédiatement par contraposition.

Théorème 2. *Dans les hypothèses* I, II, III *et* IV *du* N° 1, *si l'ensemble* Z_1 *n'est pas libre au sens strict par rapport à* Z_2, ω *et* S, *c'est-à-dire s'il n'existe pas de déformation* $G(\lambda, P)$ *de* Z_1 *sur* S *dans* $\omega + S - Z_2$ *remplissant les conditions* (5) *et* (6), *alors il existe une intégrale de l'équation* (1), *issue d'un point de l'ensemble* Z_1, *asymptotique à droite ou bien aboutissant à un point de l'ensemble* Z_2. (Ce théorème est une généralisation du théorème déjà mentionné de A. Pliś [5].)

Le théorème 2 subsiste évidemment lorsqu'on fait abstraction de la propriété (6) de la déformation $G(\lambda, P)$. Cette forme simplifiée du théorème 2 a l'avantage de se prêter à une généralisation qui consiste à remplacer l'hypothèse III du N° 1 par l'hypothèse d'unicité à droite dans ω que voici:

III^+. Pour tout point $P \in \omega$ il n'existe qu'une seule intégrale de l'équation (1) qui soit saturée à droite.

Or, lorsqu'on remplace l'hypothèse III par III^+, il est encore facile de prouver que les fonctions $C(P)$ et $H(\lambda, P)$ conservent toutes leurs propriétés, mentionnées au N° 2, sauf la propriété (4) de la fonction $H(\lambda, P)$. Dans ce but, il suffit de constater que la fonction $C(P)$ ne cesse pas d'être continue, mais la démonstration se fait tout comme dans le cas d'unicité des intégrales ([1], p. 50). Il en résulte le théorème suivant:

Théorème 3. *Dans les hypothèses* I, II, III^+ *et* IV, *s'il n'existe pas de déformation de l'ensemble Z_1 sur S dans $\omega+S-Z_2$, satisfaisant aux conditions* (5), *alors il existe une intégrale de l'équation* (1), *issue d'un point de l'ensemble Z_1 et asymptotique à droite ou bien aboutissant à un point de l'ensemble Z_2.*

Remarque. Il est visible que le théorème 3 n'est pas une généralisation du théorème 2. Néanmoins la portée du théorème 3 semble être plus grande; le fait que l'on admet des déformations ne satisfaisant plus à la condition (4) n'a pas d'importance dans les applications habituelles de la théorie.

4. Exemples d'applications

Nous admettons, partout dans ce N°, que les hypothèses I, II et III^+ sont remplies et que $n = 2$. Dans les exemples que nous allons donner, certaines propriétés topologiques, tout à fait évidentes, de quelques figures géométriques simples joueront un rôle fondamental. Nous laisserons de côté leur vérification pour ne pas prolonger nos raisonnements, dont le but est d'attirer l'attention du lecteur sur des applications possibles et non pas de les développer.

Exemple 1. Désignons par C_1 et C_2 les circuits dans l'espace X_{2+1}:

$$(C_1) \qquad x_1^2 + x_2^2 = 1, \quad t = 0$$

$$(C_2) \qquad (x_1 - 1)^2 + t^2 = 1, \quad x_2 = 0$$

et soit ω une sphère les contenant dans son intérieur, $\Phi = \mathrm{Front}\ \omega$, $Z_1 = C_1$ et $Z_2 = C_2$. L'ensemble Z_1 ne peut pas être libre par rapport à Z_2, ω et S arbitraire, donc, des intégrales asymptotiques étant exclues, il existe une intégrale issue de Z_1 et aboutissant à Z_2.

La forme de l'ensemble ω est ici essentielle. La figure 1, où l'on doit s'imaginer l'axe t et toutes les intégrales comme des lignes droites perpendiculaires à la surface du dessin, montre l'idée d'un exemple dans lequel le circuit Z_1 ne serait pas libre relativement à Z_2, ω et S si ω était un domaine convexe contenant Z_1 et Z_2. Mais, grâce à la forme convenable du

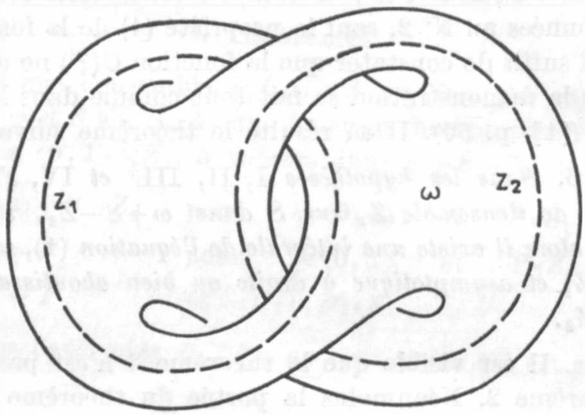

Figure 1

domaine ω, chacun de ces circuits est devenu libre et il n'existe aucune intégrale joignant ces ensembles dans ω. On pourrait encore améliorer ce dernier exemple en demandant que ω soit une sphère topologique, figure 2. Il suffira d'admettre que ω est le domaine obtenu en écartant les deux tétraèdres $CEGD$ et $EFGD$ du tétraèdre $ABCD$, tandis que $\Phi = \text{Front}\ \omega$, et les circuits Z_1 et Z_2 sont tracés convenablement sur la surface du polyèdre $\bar{\omega}$, comme le montre la figure 2. Ici, comme auparavant, l'axe t et toutes les intégrales sont perpendiculaires au plan du dessin (Cf. [3]).

Exemple 2. Soit ω l'ensemble des points (t, x_1, x_2) tels que

$$(x_1 - 1/2)^2 + x_2^2 < 9/4, \quad t \in (-\infty, \infty) \tag{7}$$

et supposons que $\Phi = \text{Front}\ \omega$, $Z_1 = C_1 + C_2$ et que Z_2 soit un ensemble vide. Si les points $P_1 = (0, -1, 0)$ et $P_2 = (0, 2, 0)$ appartiennent à S et les droites $x_1 = 0{,}5$, $x_2 = \pm 1{,}5$ n'ont pas de points communs avec l'ensemble S (en particulier, ces droites peuvent être intégrales), alors, en vertu du théorème 3, il existe une intégrale asymptotique issue d'un point de l'ensemble Z_1. Mais, dans le cas envisagé, on peut démontrer un peu plus.

Admettons d'abord, pour l'instant, que ω soit une portion du cylindre (7) contenue entre deux plans $t = \pm 1$. On constate, comme dans l'exemple 1, qu'il existe une intégrale ψ joignant un point $R_1 \in C_1$ à un point $R_2 \in C_2$.

Ceci posé, soit de nouveau ω le cylindre (7) tout entier et Φ sa frontière. Admettons maintenant que l'ensemble Z_2 soit vide et soit Z_1 une courbe $P_1 R_1 R_2 P_2$ composée d'un arc l_1 du circuit C_1, de l'arc ψ et d'un arc l_2

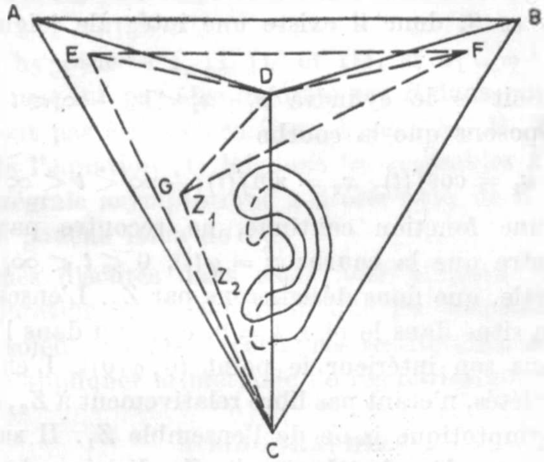

Figure 2

du circuit C_2, tandis que Z_1' désigne la courbe $P_1 R_1 R_2 P_2$ composée des arcs restants l_1' et l_2' des circuits C_1 et C_2, et de ψ. Or l'arc Z_1, ou bien Z_1', ne sont pas libres par rapport à Z_2, ω et S, donc il existe au moins deux intégrales asymptotiques φ et φ^* issues des arcs Z_1 et Z_1' respectivement. Nous voyons ainsi qu'il existe deux intégrales asymptotiques, non identiques, issues de l'ensemble $C_1 + C_2$, ou bien une intégrale asymptotique joignant les deux circuits C_1 et C_2.

Exemple 3. Ici, nous admettons que ω est défini par les inégalités $x_1 > 0$ et $x_2 > 0$ $(-\infty < t < \infty)$ et $\Phi = \text{Front}\ \omega$, et nous supposons que la droite $x_1 = x_2 = 0$, qui peut être aussi une intégrale, ne passe par aucun point de l'ensemble S. Nous désignons par Z_1 le segment de droite: $t = 0$, $x_1 + x_2 = \lambda > 0$, $0 \leqslant x_1 \leqslant \lambda$ et nous supposons que l'ensemble Z_2 est vide. Si les extrémités $(0, 0, \lambda)$ et $(0, \lambda, 0)$ du segment Z_1 appartiennent à S, l'ensemble Z_1 n'est évidemment pas libre et, en vertu du théorème 3, il existe une intégrale asymptotique issue d'un point du segment Z_1. En faisant croître λ de 0 à l'infini, on obtient une famille à un paramètre d'intégrales asymptotiques. Supposons encore que $x = \varphi(t)$, $0 \leqslant t \leqslant \beta$ soit une intégrale issue du point $P = (0, \xi_1, \xi_2)$, où $\xi_1 + \xi_2 > \lambda$, et contenue dans ω. Supposons, en plus, que l soit un arc joignant le point $R = (\beta, \varphi(\beta))$ à l'axe t et contenu dans le domaine $t > 0$, $x_1 > 0$, $x_2 > 0$, sauf son extrémité appartenant à l'axe t. Nous remplaçons ω par sa portion contenue entre deux plans $t = m$, $t = -1$ et contenant encore l'arc l. Si Z_2 est la ligne composée de l'integrale φ et de l'arc l, nous constatons que l'ensemble Z_1, dont la définition n'a pas changé, n'est pas libre par rapport à Z_2, ω et S, donc il existe une intégrale joignant le segment Z_1 à Z_2.

Exemple 4. Soit ω le cylindre $x_1^2+x_2^2<1$, $-\infty<t<\infty$, et Φ sa frontière, et supposons que la courbe

$$x_1 = \cos f(t),\ x_2 = \sin f(t),\ -\infty < t < \infty \tag{8}$$

où $f(t)$ désigne une fonction continue, ne recontre pas l'ensemble S. Supposons en outre que la courbe $x = \varphi(t)$, $0 \leqslant t < \infty$, contenue dans ω soit une intégrale, que nous désignerons par Z_2. L'ensemble Z_1 sera un circuit de Jordan situé dans le plan $t = 0$, contenu dans l'ensemble $\omega+S$ et contenant dans son intérieur le point $(0, \varphi(0))$. L'ensemble Z_1, qui jouit de ces propriétés, n'étant pas libre relativement à Z_2, ω et S, il existe une intégrale asymptotique issue de l'ensemble Z_1. Il suffit de prendre une famille à un paramètre de tels circuits Z_1, disjoints deux à deux, pour obtenir une famille à un paramètre d'intégrales asymptotiques.

Comme dans l'exemple 3, il est facile de montrer qu'il existe toujours une intégrale issue du circuit Z_1 et aboutissant à un arc, donné d'avance, joignant dans $\omega+S$ l'intégrale φ à la courbe (8) et contenu dans le demi-espace $t>0$.

Exemple 5. Admettons maintenant qu'il s'agisse d'un système dynamique d'équations différentielles $x_1' = f_1(x_1, x_2)$, $x_2' = f_2(x_1, x_2)$ ayant deux points singuliers (x_1^1, x_2^1) et (x_1^2, x_2^2). Admettons ensuite que L_1 et L_2 soient deux circuits de Jordan situés dans l'intersection de $\omega+S$ avec le plan $t = 0$, que L_2 passe par le point x^2 et contient, dans son intérieur, le circuit L_1 contenant, à son tour, le point x^1 dans son intérieur. Admettons enfin que Φ soit l'ensemble défini par les relations $x \in L_2$ et $-\infty < t < \infty$, et soit ω son intérieur. Or dans l'hypothèse III, il existe en vertu du théorème 2, dans le plan $t = 0$, une demi-caractéristique positive du système dynamique issue du circuit L_1 et contenue dans l'intérieur de L_2.

Il est facile de construire des exemples analogues dans les espaces d'un nombre supérieur de dimensions.

5. Corollaires

Dans les théorèmes 1 et 2 les rôles des ensembles Z_1 et Z_2 ne sont pas symétriques. Ils le deviendraient si l'on ajoutait aux hypothèses I et II l'hypothèse suivante:

II* Si une courbe $x=\varphi(t)$, $\alpha \leqslant t \leqslant \beta$ est intégrale de l'équation (1) et si $(\alpha, \varphi(\alpha)) \epsilon \Phi$ et $(\beta, \varphi(\beta)) \epsilon \omega$, alors cette intégrale ne peut pas être prolongée à gauche au-delà du point $(\alpha, \varphi(\alpha))$. Dans ce cas le point $(\alpha, \varphi(\alpha))$ serait appelé *point d'entrée* (²) et l'ensemble de tels points serait désigné par E.

Or dans les hypothèses I, II, II* et III, si $Z_1 \subset \omega+S$ et $Z_2 \subset \omega+E$, si l'ensemble Z_1 ne peut pas être déformé sur S dans $\varphi+S-Z_2$ et si l'ensemble Z_2 ne peut pas être déformé sur E dans $\omega+E-Z_1$, alors il existe une intégrale de l'équation (1) joignant les ensembles Z_1 et Z_2, ou bien il existe une intégrale asymptotique à droite issue de Z_1 et une intégrale asymptotique à gauche issue de Z_2.

Les théorèmes discutés dans cette note peuvent être étendus aux équations au paratingent, à condition que les ensembles figurant dans ces théorèmes soient soumis à certaines restrictions additionnelles qui permettraient d'appliquer la méthode de régularisation donnée dans [1].

BIBLIOGRAPHIE

[1] Bielecki, A., *Extension de la méthode du rétracte de T. Ważewski aux équations au paratingent*, Ann. U.M.C.S., Sectio A, **9**, 3 (1955), p. 37-61.

[2] — *Certaines propriétés topologiques des solutions des équations au paratingent*, Ann. Univ. Mariae Curie-Skłodowska, Sectio A, **9**, 4 (1955), p. 63-79.

[3] — *Remarque à propos de la note „Certaines propriétés topologiques des solution des équations au paratingent"*, Ann. UMCS, Sectio A, **10**, 9 (1956), p. 95-97.

[4] Bielecki, A. et Kluczny, Cz., *Sur une généralisation d'un théorème de H. Kneser*, Ann. Univ. Mariae Curie-Skłodowska, Sectio A, **14**, 7 (1960), p. 109-114.

[5] Pliś, A., *On the Topological Method for Studying the Behaviour of the Integrals of Ordinary Differential Equations*, Bull. Acad. Polon. Sci. Cl. III, **2**, 9 (1954), p. 415-418.

[6] Ważewski, T., *Sur une principe topologique de l'examen de l'allure asymptotique des intégrales des équations différentielles ordinaires*, Ann. Soc. Polon. Math., **20** (1947), p. 279-313.

Streszczenie

Przedmiotem noty jest uogólnienie pewnego twierdzenia A. Plisia [5] oraz przykłady zastosowań.

Резюме

Темой заметки является обобщение одной теоремы А. Плися [5] и примеры его применений.

(²) Point d'entrée forte dans la terminologie adoptée dans [1] et [2].